IMO 2016

**Problema 6.** Há $n \geqslant 2$ segmentos no plano tais que cada par de segmentos se intersecta num ponto interior a ambos e não há três segmentos que tenham um ponto em comum. Geoff deve escolher um dos extremos de cada segmento e colocar sobre ele um sapo, virado para o outro extremo. Depois ele baterá palmas $n-1$ vezes. Cada vez que ele bater as mãos, cada sapo saltará imediatamente para a frente até o próximo ponto de interseção sobre o seu segmento. Os sapos nunca mudam a direção dos seus saltos. Geoff deseja colocar os sapos de tal forma que dois sapos nunca ocupem ao mesmo tempo o mesmo ponto de interseção.

(a) Prove que se $n$ é ímpar, Geoff sempre tem uma maneira de realizar o seu desejo.

(b) Prove que se $n$ é par, Geoff nunca realiza o seu desejo.

IMO 2006

**Problema 2.** Uma diagonal de um polígono regular $P$ de 2006 lados é um *segmento bom* se separa $P$ em duas partes, cada uma tendo um número ímpar de lados de $P$. Os lados de $P$ também são *segmentos bons*.

Divide-se $P$ em triângulos, traçando-se 2003 diagonais tais que, duas a duas, não se cortam no interior de $P$. Determine o maior número de triângulos isósceles nos quais dois lados são segmentos bons que podem aparecer numa divisão como essa.