

IMO 2016

Problema 6. Há $n \geq 2$ segmentos no plano tais que cada par de segmentos se intersecta num ponto interior a ambos e não há três segmentos que tenham um ponto em comum. Geoff deve escolher um dos extremos de cada segmento e colocar sobre ele um sapo, virado para o outro extremo. Depois ele baterá palmas $n - 1$ vezes. Cada vez que ele bater as mãos, cada sapo saltará imediatamente para a frente até o próximo ponto de interseção sobre o seu segmento. Os sapos nunca mudam a direção dos seus saltos. Geoff deseja colocar os sapos de tal forma que dois sapos nunca ocupem ao mesmo tempo o mesmo ponto de interseção.

- (a) Prove que se n é ímpar, Geoff sempre tem uma maneira de realizar o seu desejo.
- (b) Prove que se n é par, Geoff nunca realiza o seu desejo.