



### Problemas selecionados de Geometria

**Problema 1.** Em um triângulo  $ABC$ , o ângulo interno  $\hat{A}$  mede  $100^\circ$  e  $AB = AC$ . Sobre o prolongamento do lado  $AB$ , toma-se um ponto  $D$  tal que  $AD = BC$  (o ponto  $B$  está entre  $A$  e  $D$ ). Calcule a medida do ângulo  $B\hat{C}D$ .

**Problema 2.** Em um triângulo  $ABC$ , o ângulo interno  $\hat{A}$  mede  $40^\circ$  e  $AB = AC$ . Sobre o lado  $AC$  toma-se um ponto  $D$  tal que  $A\hat{B}D = 20^\circ$ . Seja  $E$  um ponto do segmento  $BD$  tal que  $DE = DA$ . Calcule a medida do ângulo  $D\hat{E}C$ .

**Problema 3.** Os ângulos  $\hat{B}$  e  $\hat{C}$  de um triângulo  $ABC$  estão entre si na razão de 2 para 3. Seja  $I$  o incentro de  $ABC$ , e suponha que  $BI = AC$ . Calcule os ângulos do triângulo  $ABC$ .

**Problema 4.** (*Triângulo russo / Triângulo de Langley*) Seja  $ABC$  um triângulo isósceles de base  $\overline{BC}$ , tal que  $\hat{A} = 20^\circ$ . Sejam  $D$  e  $E$ , respectivamente, pontos sobre os lados  $\overline{AC}$  e  $\overline{AB}$ , tais que  $D\hat{B}C = 60^\circ$  e  $E\hat{C}B = 50^\circ$ . Calcule a medida do ângulo  $E\hat{D}B$ .

**Problema 5.** Um triângulo  $ABC$  é tal que  $\hat{A} = 6^\circ$  e  $\hat{B} = 12^\circ$ . Seja  $D$  um ponto na semirreta  $BC$  tal que  $C\hat{A}D = 132^\circ$ . Prove que  $AB = CD$ .

**Problema 6.** Sejam  $A$ ,  $B$  e  $C$  vértices consecutivos de um eneágono regular inscrito em um círculo de centro  $O$ . Os pontos  $M$ ,  $N$  e  $P$  são, respectivamente, pontos médios da corda  $\overline{AB}$ , do menor arco  $BC$  e do raio  $\overline{ON}$ . Calcule a medida do ângulo  $O\hat{M}P$ .